



## Aufgabe 1: Die Impfkampagne

(Insgesamt 34 Punkte)

Wir betrachten ein ER-Diagramm sowie ein Relationales Schema für eine Impfkampagne gegen eine pandemische Krankheit in einem fiktiven Staat. Die Kampagne wird datenbankgestützt durchgeführt. Ein Teil des verwendeten Relationalen Schemas ist durch folgende Relationen gegeben:

Person			
<u>ID</u>	Geburtsdatum	Name	Impfpriorität

Risikogruppen	
<u>Person ID FK</u>	<u>Risikogruppe</u>

Impfzentrum	
<u>Nr</u>	Ort

Mitarbeit		
<u>Person ID FK</u>	<u>Impfzentrum Nr FK</u>	Rolle

Impftermin			
<u>Person ID FK</u>	<u>Impfzentrum_Nr_FK</u>	Datum	<u>Dosis</u> ( <i>Hinweis: Es wird angegeben, um die wievielte Impfung es sich für die Person handelt</i> )

a) **Realisieren Sie** die folgenden Abfragen ausschließlich mit den Grundoperationen der relationalen Algebra:

- i. „Welche Personen, die in einem Impfzentrum tätig sind, gehören mindestens einer Risikogruppe an?“ Das Schema der Ergebnisrelation lautet: E1(ID) (4 Punkte)
- ii. „Welche Personen mit Impfpriorität 2 haben noch keinen Impftermin vereinbart?“ Das Schema der Ergebnisrelation lautet: E2(ID, Name) (6 Punkte)
- iii. „Wo wurde gegen die Impfpriorisierung verstoßen?“  
Die Ergebnisrelation mit dem Schema E3(ID1, ID2) soll alle Paare (A, B) von Personen mit vorhandenen Impfterminen enthalten, in denen A zwar einen höheren Wert als B für die Impfpriorität hat, aber trotzdem zu einem früheren Datum als B den Impftermin für die erste Dosis vereinbaren konnte. (8 Punkte)

**Bearbeiten Sie** die Teilaufgaben b) und c) **ausschließlich** in dem vorgegebenen Feld auf dieser Seite (siehe unten). **Vervollständigen Sie** das ER-Diagramm **nur** durch

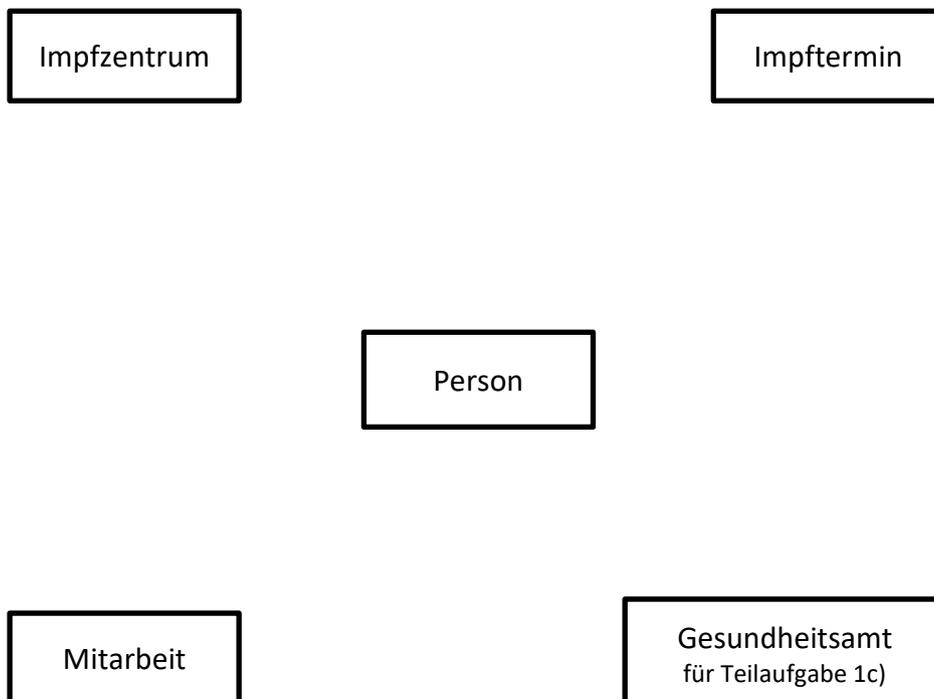
- die Modellierung von Attributen,
- die Kennzeichnung von Schlüsselattributen,
- die Kenntlichmachung von schwachen Entitätstypen,
- das Hinzufügen von (identifizierenden) Beziehungstypen mit Angabe von Kardinalität und Partizipation auf jedem Ast!

b) Wir betrachten die vorgegebenen Relationen *Person*, *Risikogruppen*, *Impfzentrum*, *Mitarbeit* und *Impftermin*. **Ergänzen Sie** das **ER-Diagramm** in sinnvoller Weise derart um die entsprechenden Elemente, dass die Anwendung des Algorithmus‘ (zur Konvertierungen in das relationale Modell) aus der Vorlesung genau zu diesen Relationen führt! (9 Punkte)

c) **Ergänzen Sie** das **ER-Diagramm** gemäß der folgenden Anforderungsanalyse:

Ein *Gesundheitsamt* befindet sich an einem bestimmten Ort, durch den es auch identifiziert wird. Die Leitung eines Gesundheitsamtes wird immer einer einzelnen *Person* als Vollzeitbeschäftigung übertragen. Viele Gesundheitsämter stellen überregional *Personen* für die Aufgabe der Kontaktverfolgung ein. Häufig handelt es sich dabei um Teilzeitverträge mit sehr geringem Stundenumfang (der Stundenumfang wird aber nicht gespeichert). (7 Punkte)

**Bearbeitung Aufgabe 1 b) und c): ER-Diagramm**



## Aufgabe 2: Designtheorie

(Insgesamt 15 Punkte)

Gegeben sei das Relationenschema  $(R, F)$  in *Boyce-Codd Normalform* bestehend aus der Relation

$R(A, B, C, D, E)$  mit der Menge von funktionalen Abhängigkeiten  $F = \{\{A, B\} \rightarrow \{C, D, E\}\}$ .

**Bearbeiten Sie** die Teilaufgaben a) bis c) unabhängig voneinander:

- a) **Zerlegen Sie** die Relation  $R$  in zwei Teilrelationen  $S$  und  $T$ , so dass  $S$  und  $T$  zusammen alle Attribute von  $R$  enthalten, das Attribut  $A$  sowohl in  $S$  als auch in  $T$  enthalten ist und die funktionale Abhängigkeit  $\{A, B\} \rightarrow \{D\}$  **nicht** erhalten ist

**Weisen Sie** dies mit Hilfe des Algorithmus aus der Vorlesung nach.

Hinweis:  $Z = Z \cup ((Z \cap R_i)^+ \cap R_i)$

(5 Punkte)

- b) **Erweitern Sie** die Menge von funktionalen Abhängigkeiten  $F$  um genau eine weitere funktionale Abhängigkeit  $f$  mit einelementiger rechter Seite und nicht verkleinerbarer linker Seite, so dass die Attributmenge  $\{B, E\}$  ein *Schlüsselkandidat* für das erweiterte Relationenschema  $(R, F \cup \{f\})$  ist.

**Notieren Sie** diese funktionale Abhängigkeit  $f$  und **begründen Sie** Ihre Auswahl mit Hilfe der Abschlüsse der Attributmengen.

(5 Punkte)

- c) **Begründen Sie** anhand der Normalformtests aus der Vorlesung, warum jedes Schema in *Boyce-Codd-Normalform* automatisch auch in *3. Normalform* ist!

(5 Punkte)

## Aufgabe 3: Newsvendormodell

(Insgesamt 10 Punkte)

Wir betrachten ein Newsvendorproblem mit einem Verkaufspreis von 10 GE und einem Einkaufspreis in Höhe von 8 GE.

- a) **Bestimmen Sie** den Wiederverkaufspreis, der unter den Grundannahmen des Newsvendormodells automatisch sicherstellt, dass die optimale Bestellmenge die gesamte Nachfrage mit einer Wahrscheinlichkeit von 85% befriedigt.

(5 Punkte)

- b) **Nehmen Sie** zu folgender These begründet Stellung: „Gelingt es mit verschiedenen Maßnahmen, die Standardabweichung einer normalverteilten Nachfrage zu halbieren, entspricht das einer Verringerung der erwarteten Fehlmenge um 25%, da Über- und Unterschätzungen des Bedarfs gleichermaßen reduziert werden.“

(5 Punkte)

**Aufgabe 4: Nachfrageprognose**

(Insgesamt 11 Punkte)

Gegeben seien die folgenden Corona-Fallzahlen für einen fiktiven Staat mit konstant genau 100 000 Einwohnern über einen Zeitraum von 3 Wochen bzw. 21 Tagen:

	Woche 1		Woche 2		Woche 3	
	$t$	$y_t$	$t$	$y_t$	$t$	$y_t$
So	1	25	8	21	15	16
Mo	2	50	9	45	16	39
Di	3	54	10	49	17	44
Mi	4	60	11	53	18	41
Do	5	44	12	40	19	36
Fr	6	38	13	33	20	29
Sa	7	30	14	25	21	19
	$\sum_{t=1}^7 y_t = 301$		$\sum_{t=8}^{14} y_t = 266$		$\sum_{t=15}^{21} y_t = 224$	

- a) Als eine zentrale Kennzahl für das aktuelle Infektionsgeschehen wird die 7-Tages-Inzidenz pro 100.000 Einwohner verwendet. Dazu werden die Infektionszahlen der letzten sieben Tage aufaddiert und mit der Zahl der Einwohner des Staates multipliziert. Das Ergebnis wird durch  $7 \cdot 10^5$  dividiert. **Nennen Sie** das Prognoseverfahren aus der Vorlesung, dessen Prognosefunktion im Wesentlichen auf derselben Formel basiert. **Beurteilen Sie** kurz, ob dieses für obigen Datensatz geeignet ist, die Anzahl der Neuinfektionen am Folgetag vorauszusagen.

(3 Punkte)

- b) **Nutzen Sie** die Exponentielle Glättung dritter Ordnung, um ausgehend vom Montag der 1. Woche mit den Parametern  $\alpha = \beta = 2^{-1}$ ,  $a_1 = 40$  und  $b_1 = -0,8$  den Wert für den Montag der 5. Woche zu prognostizieren! Verwenden Sie folgende Näherung, um benötigte saisonale Faktoren zu bestimmen:  $c_t = y_t/40$  für  $t = 1, \dots, 7$ .

(8 Punkte)

### Aufgabe 5: Lineare Optimierung

(Insgesamt 20 Punkte)

Ein Influencer vermarktet auf einer Social-Media Plattform eine LP-Ernährungs-App, deren Funktionsweise im Wesentlichen aus der Lösung eines Linearen Programms besteht. Der Nutzer kann verschiedene Speisen zur App hinzufügen. Die Anzahl an Portionen für jede Speise wird dann von einer Implementierung des Simplexalgorithmus bestimmt. Dabei sollen einerseits für eine gegebene Menge von Nährstoffen Mindestbedarfe in Gewichtseinheiten (GE) erfüllt und andererseits gleichzeitig die Summe der Ernährungskosten minimiert werden. Da Durchschnittswerte für einen nicht näher definierten Zeitraum ermittelt werden, darf eine Lösung fraktionelle Werte enthalten. Die im Problem betrachteten Parameter entnehmen Sie bitte folgender Tabelle:

Parameter	Speise 1 ( $x_1$ )	Speise 2 ( $x_2$ )	Speise 3 ( $x_3$ )	Mindestbedarf	Überschussvariable*
Eiweiß (GE/Portion)	40	40	40	100 GE	$s_1$
Kohlenhydrate (GE/Portion)	5	100	90	150 GE	$s_2$
Fett (GE/Portion)	30	15	30	50 GE	$s_3$
Ballaststoffe (GE/Portion)	5	10	15	30 GE	$s_4$
Kosten (Euro/Portion)	4	5	6		

\*Wegen unterer Grenzen gibt es in diesem Problem keine Schlupf- sondern Überschussvariablen.

- a) In der kostenlosen Basisversion der App steht zusätzlich zu den Überschussvariablen ( $s_1, \dots, s_4$ ) zur Optimierung nur das Nährstoffpulver „Yummy Yummy 3000“ (Variable:  $x_0$ ) zur Verfügung, das mit Wasser angerührt wird, pro Portion 10 GE von jedem Nährstoff enthält und zu einem Portionspreis von zwei Euro exklusiv im Webshop des Influencers erhältlich ist. **Definieren Sie** das Lineare Programm in standardisierter Form mit allen Variablen  $x_0, x_1, x_2, x_3$  sowie den Überschussvariablen  $s_1, \dots, s_4$ . (6 Punkte)
- b) **Sie suchen eine zulässige Basislösung des Problems ohne Verwendung der Speisen 1 bis 3. Beschreiben Sie** dazu Ihr Vorgehen am Dictionary. Welche Überschussvariablen bilden zusammen mit der Variablen  $x_0$  eine zulässige Basis? **Vergleichen Sie** dieses Vorgehen **kurz** mit dem 2-Phasen Simplex! (6 Punkte)
- c) Eine Mutter möchte den Speiseplan jetzt abwechslungsreicher gestalten und neben dem Pulver und den obigen Speisen 1-3 weitere 40 Speisen berücksichtigen. Trotzdem enthält der durch den Simplex bestimmte optimale Ernährungsplan immer noch maximal nur vier verschiedene Gerichte. **Erklären Sie** diesen Effekt! (4 Punkte)
- d) Der kleine Timmy ist mäkelig. Er möchte, dass von Speise 1 maximal halb so viele Portionen wie von Speise 2 und 3 zusammen eingeplant werden. **Schreiben Sie** die entsprechende Nebenbedingung in kanonischer Form auf! (4 Punkte)

**Formeln:**

$$TS_t = \frac{SE_t}{SAE_t} \text{ mit } SE_t = \phi \cdot (\hat{y}_{t-1,t} - y_t) + (1 - \phi) \cdot SE_{t-1} \text{ und } SAE_t = \phi \cdot |\hat{y}_{t-1,t} - y_t| + (1 - \phi) \cdot SAE_{t-1}$$

$$MAD = T^{-1} \cdot \sum_{t=1}^T |\hat{y}_{t-1,t} - y_t|$$

$$MSE = T^{-1} \cdot \sum_{t=1}^T (\hat{y}_{t-1,t} - y_t)^2$$

$$MAPE = T^{-1} \cdot \sum_{t=1}^T \frac{|\hat{y}_{t-1,t} - y_t|}{y_t}$$

$$b = \frac{CoVAR(x,y)}{VAR(x)} \text{ und } a = n^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n y_i - b \cdot n^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

$$VAR(x) = n^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( n^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \right)^2$$

$$CoVAR(x,y) = n^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - \left( n^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot \left( n^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n y_i \right)$$

$$\hat{y}_{t,t+1} = T^{-1} \cdot \sum_{\tau=t-T+1}^t y_\tau$$

$$\hat{y}_{t,t+1} = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot \hat{y}_{t-1,t}$$

$$\hat{y}_{t,t+\tau} = a_t + b_t \cdot \tau \text{ mit } a_t = a_{t-1} + b_{t-1} + (2 \cdot \alpha - \alpha^2) \cdot (y_t - a_{t-1} - b_{t-1})$$

$$b_t = b_{t-1} + \alpha^2 \cdot (y_t - a_{t-1} - b_{t-1})$$

$$\hat{y}_{t,t+\tau} = a_t + b_t \cdot \tau \text{ mit } a_t = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot (a_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \beta \cdot (a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta) \cdot b_{t-1}$$

$$a_t = \alpha \cdot \frac{y_t}{c_{t-P}} + (1 - \alpha) \cdot (a_{t-1} + b_{t-1})$$

$$\hat{y}_{t,t+\tau} = (a_t + b_t \cdot \tau) \cdot c_{t+((\tau-1) \text{ MOD } P)+1-P}$$

$$z^* = z(CR) = F_{01}^{-1}(CR) \text{ mit } CR = \frac{c_u}{c_o + c_u}$$

$$J(S^*) = \sigma \cdot L(z^*)$$

$$L(z) = \int_{y=z}^{\infty} (y - z) \cdot \varphi(z) dy$$

$$S^* = \mu + z^* \cdot \sigma$$

$$S^* = F^{-1}(\alpha)$$

$$S^* = \mu + L^{-1} \left( \frac{(1 - \beta) \cdot \mu}{\sigma} \right) \cdot \sigma$$

$$P(x \geq a) = 1 - F_{01} \left( \frac{a - \mu}{\sigma} \right)$$

$$\Pi(S^*) = c_u \cdot \mu - Z(S^*)$$

$$Z(S^*) = (c_u + c_o) \cdot f_{01}(z(CR)) \cdot \sigma$$

$$p(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$Z(S^*) = (c_u + c_o) \cdot \sum_{y=0}^{S^*} ((S^* - y) \cdot p(X = y)) + c_u \cdot (\lambda - S^*)$$

$$z^* = F_{01}^{-1} \left( \frac{p}{p+h} \right)$$

$$Z(S^*) = (p+h) \cdot f_{01}(z^*) \cdot \sigma$$