Name: ___________________________ Vorname: _________________________ Matrikel-Nr.:_____________

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

FB B: SCHUMPETER SCHOOL OF BUSINESS AND ECONOMICS

Master of Science

Wintersemester 2014/2015

Prüfungsgebiet:	MWiWi 4.1 Advanced OR methods in Operations Management
Tag der Prüfung:	20.03.2015
Name des Prüfers:	Prof. Dr. Bock
Erlaubte Hilfsmittel:	Taschenrechner (nicht programmierbar)

Bearbeiten Sie **alle der angegebenen fünf Aufgaben** vollständig!

Die Lösungen zu den Aufgaben sollen gegliedert und in vollständigen zusammenhängenden Sätzen dargestellt und Rechnungen mit ihren Zwischenschritten nachvollziehbar sein. **Ein Ergebnis ohne nachvollziehbare Rechnung erhält keine Punkte.**

Die Darstellungsform und die Systematik der Gedankenführung gehen in die Bewertung ebenfalls ein. In Klammern ist für jede Aufgabe die Anzahl der maximal möglichen Punkte angegeben, die bei einer richtigen und vollständigen Bearbeitung erreicht werden können. Sie entspricht in etwa dem erwarteten Zeitbedarf in Minuten.

Insgesamt können **90 Punkte** erreicht werden. Für eine erfolgreiche Bearbeitung müssen wenigstens **45 Punkte** erworben werden.

Aufgabe 1 (Optimierungsprobleme) **[15 Punkte]**

Das Rucksackproblem lässt sich in folgender Weise verbal beschreiben:

„Aus einer Menge von Objekten, die jeweils ein Gewicht und einen Nutzwert haben, soll eine Teilmenge ausgewählt werden, deren Gesamtgewicht eine vorgegebene Gewichtsschranke nicht überschreitet. Unter dieser Bedingung soll der Nutzwert der ausgewählten Objekte maximiert werden."

Beschreiben Sie in ähnlicher Weise kurz die folgenden drei Optimierungsprobleme:

- Das Line Traveling Salesman Problem mit Zeitfenstern (LineTSP with time windows)
- Das kapazitierte Vehicle Routing Problem mit weichen Zeitfenstern (CVRPSTW)
- Quadratisches Zuordnungsproblem (QAP)

Aufgabe 2 (LAP und Traveling Salesman Probleme) **[25 Punkte]**

a) Berechnen Sie eine optimale Lösung für das durch die folgende Matrix gegebene LAP mit Hilfe der ungarischen Methode und geben Sie den errechneten Zielfunktionswert an: (7 Punkte)

$$\begin{pmatrix} \infty & 0 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & \infty & 4 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & \infty & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & \infty & 4 \\ 1 & 0 & 4 & 3 & \infty \end{pmatrix}$$

b) Interpretieren Sie die Lösung dieses LAP im Kontext des asymmetrischen TSP. Ist die errechnete Lösung zugleich eine zulässige und/oder optimale TSP-Lösung? (3 Punkte)

c) Beschreiben Sie die im Branch & Bound Verfahren von Little et al. eingesetzte untere Schranke. Welche Vor- und Nachteile hat das Ersetzen dieser Schranke durch die optimale LAP-Lösung? (5 Punkte)

d) Wir betrachten die Ansätze der Dynamischen Programmierung für das TSP mit Zeitfenstern (Dumas et al.) und für das Line-TSP ohne Freigabe- und Servicezeiten (release times / processing times), jedoch mit Fälligkeiten (deadlines) (Tsitlikis et al.).

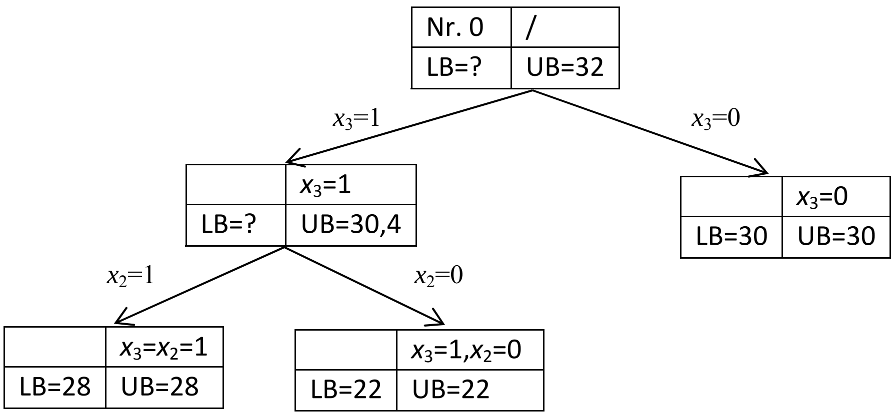
   i. Was bedeuten die in den Ansätzen zu berechnenden Funktionswerte $F(S,j,t)$, $V^+(i,j)$ und $V^-(i,j)$? (5 Punkte)

   ii. Welche Funktionswerte müssen betrachtet werden, um den Wert $V^-(3,9)$ in einem Line-TSP mit 15 Knoten und Startknoten 5 zu berechnen? Warum garantiert die Einschränkung der Betrachtung auf diese zwei Werte dennoch die Optimalität des Funktionswertes $V^-(3,9)$? (5 Punkte)

Aufgabe 3 (Knapsack Problem und Branch & Bound) **[16 Punkte]**

Wir betrachten den folgenden Suchbaum eines Branch&Bound Verfahrens, das immer über das kritische Gut verzweigt, das sich durch die LP-Relaxation zur Berechnung der Upper Bound (UB) ergeben hat. Die Lower Bound ergibt sich als zulässige Lösung durch Herausnahme des kritischen Gutes. Gehen Sie zudem davon aus, dass die Produkte entsprechend der Effizienzhierarchie nicht-aufsteigend sortiert sind.

j	1	2	3	C
p_j	12			-
w_j	8	15		25



a) Vervollständigen Sie die Werte für die Preise und Gewichte von Produkt 2 und 3. (8 Punkte)

b) Ergänzen Sie die Enumerationsreihenfolge der Knoten entsprechend der Depth-First-Search (DFS). (2 Punkte)

c) Welche Knoten können entsprechend der DFS abgeschnitten werden (pruning)? Begründen Sie dies für jeden Knoten kurz. (3 Punkte)

d) Hätte eine Breadth-First-Search (BFS) weniger Enumerationsknoten für das vorliegende Problem? Begründen Sie kurz Ihre Aussage. (3 Punkte)

Aufgabe 4 (Scheduling) **[14 Punkte]**

a) Gegeben sie ein einstufiges Scheduling Problem mit dem Ziel der Minimierung der Gesamtverspätung (minimization of total tardiness). Vergleichen Sie kurz diese Zielsetzung mit der Minimierung der maximalen Verspätung sowie der Minimierung der durchschnittlichen Verspätung. (4 Punkte)

b) Bestimmen Sie eine optimale Lösung für das vorliegende Problem, das ebenfalls die Minimierung der Gesamtverspätung (minimization of total tardiness) verfolgt, mit Hilfe eines Verfahrens der Dynamischen Programmierung. Geben Sie sowohl einen optimalen Schedule als auch den optimalen Zielfunktionswert an. (8 Punkte)

J	1	2	3	4
p_j	80	120	60	70
d_j	150	170	200	220

c) Ist der von Ihnen unter b) ermittelte Schedule aktiv? Begründen Sie kurz Ihre Aussage. (2 Punkte)

Aufgabe 5 (Allgemeine Thesen) **[20 Punkte]**

Nehmen Sie zu den folgenden Thesen kurz begründet Stellung. Eine auf „ja“ oder „nein“ beschränkte Antwort erhält keine Punkte.

These 1:

Wir betrachten das Rucksackproblem mit N Gütern und einem Rucksack mit Kapazität C. Dabei gelte dass der Rucksack in seiner Kapazität durch $120+24 \cdot N^5$ beschränkt ist. Dann gibt es einen Lösungsalgorithmus, der das Problem in polynomieller Laufzeit optimal löst.

(5 Punkte)

These 2:

Wir betrachten das Line-TSP mit deadlines aber ohne release dates. Im Gegensatz zur Vorlesung benötigen wir aber für die Auslieferung an jedem der N Kundenorte eine konstante Zeit t. Der optimale DP-Algorithmus der Vorlesung lässt sich zur Findung einer optimalen Lösung trotzdem anwenden, indem wir diese Auslieferungszeiten ignorieren (also vor der Ausführung des Algorithmus auf den Wert Null setzen) und nach der Findung der optimalen Lösung $N \cdot t$ zur gesamten Tourdauer addieren. (5 Punkte)

These 3:

Wir betrachten ein mehrstufiges Scheduling Problem. Die Zielsetzungen „Minimierung der Summe der Wartezeiten der Aufträge“ und „Minimierung der Gesamtdurchlaufzeit (total completion time)“ sind äquivalent. (5 Punkte)

These 4:

Wir betrachten das einstufige Scheduling Problem mit N Jobs und der Zielsetzung der Minimierung der Gesamtverspätung. Wir nehmen an, dass der Job i eine größere Produktionszeit als alle Jobs der Menge M besitzt, d.h. es gilt $p_i>p_j$ für alle $j \in M$. Wenn es einen optimalen Schedule gibt, der Job i zum Zeitpunkt C_i beendet, dann gibt es auch einen optimalen Schedule, der vor diesem Zeitpunkt alle Jobs j aus der Menge M ausführt, wenn für das jeweilige due date des Jobs j gilt: $d_j \geq \max\{d_i, C_i\}$. (5 Punkte)