

Name: _____ Vorname: _____ Matrikel-Nr.: _____

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
FB B: SCHUMPETER SCHOOL OF BUSINESS AND ECONOMICS

Master of Science

Wintersemester 2015/2016

Prüfungsgebiet: MWiWi 4.1 Advanced OR methods in Operations Management
Tag der Prüfung: 29.03.2016
Name des Prüfers: Prof. Dr. Bock
Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar)

Bearbeiten Sie **alle der vier gegebenen Aufgaben** vollständig!

Die Lösungen zu den Aufgaben sollen gegliedert und in vollständigen zusammenhängenden Sätzen dargestellt und Rechnungen mit ihren Zwischenschritten nachvollziehbar sein. **Ein Ergebnis ohne nachvollziehbare Rechnung erhält keine Punkte.**

Die Darstellungsform und die Systematik der Gedankenführung gehen in die Bewertung ebenfalls ein. In Klammern ist für jede Aufgabe die Anzahl der maximal möglichen Punkte angegeben, die bei einer richtigen und vollständigen Bearbeitung erreicht werden können. Sie entspricht in etwa dem erwarteten Zeitbedarf in Minuten.

Insgesamt können **90 Punkte** erreicht werden. Für eine erfolgreiche Bearbeitung müssen wenigstens **45 Punkte** erworben werden.

Aufgabe 1 (Vehicle Routing)**[10 Punkte]**

- a) Erläutern Sie kurz den Begriff der „Tabuliste“. In welchem Kontext und zu welchem Zweck werden Tabulisten eingesetzt? (4 Punkte)
- b) Erläutern Sie kurz den Begriff der „Diversion“ in der Tourenplanung. Welche Vor- und Nachteile ergeben sich aus der Anwendung von „Diversion“? (6 Punkte)

Aufgabe 2 (Scheduling)**[14 Punkte]**

Auftrag:	1	2	3	4	5	6
Prozesszeit:	5	3	4	8	3	3
Fälligkeit:	9	10	11	12	14	15

- a) Bestimmen Sie für den Schedule $s = (1,2,3,5,6,4)$ die Gesamtverspätung aller Aufträge sowie die maximale Verspätung eines Auftrags. (3 Punkte)
- b) Welche Vorrangbeziehungen zwischen den Aufträgen können Sie zur Minimierung der Gesamtverspätung ableiten? (3 Punkte)
- c) Definieren Sie die Zustände $V(S,t)$ im Ansatz der Dynamischen Programmierung von Lawler. Wenden Sie die Rekurrenzgleichung des Ansatzes **einmal** auf obige Instanz an. Argumentieren Sie dann mit den Ergebnissen aus Aufgabenteil b), welche Unterprobleme noch einer weiteren Anwendung der Rekurrenzgleichung unterzogen werden müssen. (8 Punkte)

Aufgabe 3 (Obsthändler Jack)

[30 Punkte]

Obsthändler Jack möchte seine Obstkisten neu beschriften. Dazu fertigt er aus Holzbrettern Schilder mit den Namen der Obstsorten an. Die Länge der Schilder richtet sich nach der Anzahl der Buchstaben der Wörter. Damit die Schilder besonders schön aussehen, werden die großen Anfangsbuchstaben in einem speziellen Verfahren von einer Maschine aufgetragen, die auch die Sägearbeit übernimmt, während für die Kleinbuchstaben nur der Platz freigehalten werden muss. Obsthändler Jack möchte nun so wenige Bretter wie möglich verbrauchen. Pro Brett können insgesamt maximal 20 Buchstaben aufgetragen werden. Das Verfahren für den Druck der Anfangsbuchstaben hat einen sehr hohen Rüstaufwand, sollte ein Buchstabe gewechselt werden müssen. Darum entscheidet sich Jack, auf jeden Fall die alphabetische Reihenfolge bei den Anfangsbuchstaben einzuhalten (z. B. erst nachdem die Schilder für Ananas und Apfel gefertigt sind, darf auch das Schild für die Birne produziert werden, aber dieses schon vor dem für die Banane), und etwaigen Mehrverbrauch an Material in Kauf zu nehmen. Jack verkauft die folgenden Früchte:

Früchte mit 4 Buchstaben:	Kaki, Kiwi,
Früchte mit 5 Buchstaben:	Apfel, Birne, Mango
Früchte mit 6 Buchstaben:	Ananas, Banane, Dattel, Orange, Papaya
Früchte mit 7 Buchstaben:	Limette, Zitrone
Früchte mit 9 Buchstaben:	Cherimoya, Mandarine
Früchte mit 10 Buchstaben:	Weintraube
Früchte mit 11 Buchstaben:	Granatapfel, Honigmelone

- a) Zu welchem aus der Vorlesung bekannten Optimierungsproblem ist dieses Problem äquivalent? Gehen Sie dabei auch auf die verschiedenen Nebenbedingungen und die Zielfunktion ein! (8 Punkte)
- b) Jacks Sohn stellt folgende Regel auf: „Passt von zwei zulässigen Wörtern mit dem gleichen Anfangsbuchstaben nur noch eines auf das Brett und danach auch kein weiteres, so sollte das längere Wort auf das Brett geschrieben werden.“ Welcher Dominanzregel entspricht dieser Vorschlag? Erläutern Sie auch die Dominanzregel selbst! (6 Punkte)
- c) Jacks Tochter hat es geschafft, auf den ersten drei Brettern mehr Früchte unterzubringen als ihr Vater. Dürfen Sie in jedem Fall die Teillösung von Jack verwerfen? Welche (Ihnen aus der Vorlesung bekannte) Dominanzregel können Sie dabei für Ihre Argumentation verwenden? (6 Punkte)
- d) Berechnen Sie nun anhand obiger Wortliste folgende Werte:
 - i. LB 2 (3 Punkte)
 - ii. LB 5 (nur für „Mandarine“) einfache Version auf Basis der LB 1 (7 Punkte)

Aufgabe 4 (Cutting Stock und Rucksackproblem)**[36 Punkte]**

Gegeben sei das folgende Cutting Stock Problem mit vier Finaltypen. Die aktuelle duale Lösung sei $\mathbf{y}^T = (1/4, 1/2, 1, 3/4)$ und die Gesamtbreite der Rollen beträgt $W = 13$. Folgende Finaltypen sind zu fertigen:

Finaltyp	Breite
1	3
2	6
3	7
4	8

- a) Berechnen Sie die reduzierten Kosten für die Schnittmuster $(4, 0, 0, 0)$, $(0, 1, 1, 0)$ und $(0, 0, 0, 1)$. Was können Sie daraus über die Verwendung der Schnittmuster in der aktuellen primalen Lösung oder in der primalen Lösung der nächsten Iteration schließen? (6 Punkte)
- b) Definieren Sie das Optimierungsproblem für die Erzeugung von Schnittmustern mit minimalen reduzierten Kosten (Pricing-Problem) als Optimierungsmodell. Setzen Sie alle Parameter auf die Werte der hier betrachteten Instanz. (4 Punkte)
- c) Das Pricing-Problem ist ein Rucksackproblem, in dem Gegenstände mehrfach eingepackt werden können. Überlegen Sie sich, wie der Dynamische Programmierungsansatz für das klassische Rucksackproblem angepasst werden könnte, um auf diese Änderung Rücksicht zu nehmen. Gehen Sie auch auf die maximale Laufzeitkomplexität des ursprünglichen Algorithmus ein. Gibt es auch hier Änderungen? (10 Punkte)
- d) Wir betrachten ein Branch & Bound-Verfahren für das klassische Rucksackproblem, das immer über das **kritische Gut** verzweigt und die LP-Relaxation als Schranke einsetzt. Definieren Sie zunächst das kritische Gut. In welchen Fällen existiert kein kritisches Gut? Was bedeutet das für die in der LP-Relaxation ermittelte Lösung? (6 Punkte)
- e) Für das klassische Rucksackproblem wurden als obere Schranken die LP-Relaxation (*UBLP*), die Lagrangerelaxation (*UBLR*(π)) und die Schranke von Martello und Toth (*UBMT*) behandelt. Setzen Sie die Schranken zunächst ohne Beweis in Relation (\leq oder \geq) zueinander und begründen Sie anschließend Ihre Entscheidung bezüglich des Verhältnisses der Schranken *UBLP* und *UBMT*. Benutzen Sie dazu die Definition der *UBMT*:

$$UBMT = \max \left\{ \left[p + (C - w) \cdot \frac{p_{b^{*+1}}}{w_{b^{*+1}}} \right], \left[p + p_{b^*} + (C - w - w_{b^*}) \cdot \frac{p_{b^{*-1}}}{w_{b^{*-1}}} \right] \right\}$$

(10 Punkte)

Formeln:

$$\begin{aligned}
 J(j, l, k) &= \{i \mid j \leq i \leq l \wedge p_i < p_k\} \\
 V(\emptyset, t) &= 0 \text{ and } V(\{j\}, t) = \max\{0, t + p_j - d_j\} \\
 V(J(j, l, k), t) &= \min_{\delta} \left(\begin{aligned} &V(J(j, k' + \delta, k'), t) + \max\left(0, t + p_{k'} + \sum_{j \in J(j, k' + \delta, k')} p_j - d_{k'}\right) \\ &+ V\left(J(k' + \delta + 1, l, k'), t + \sum_{j \in J(j, k' + \delta, k')} p_j\right) \end{aligned} \right), \\
 \text{with } k' \in J(j, l, k) &\text{ is such that } p_{k'} = \max\{p_i \mid i \in J(j, l, k)\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 LB &= \left| J\left(\frac{1}{2}, 1\right) \right| + \left| \frac{1}{2} \cdot J\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \right| \\
 LB &= \left| J\left(\frac{2}{3}, 1\right) \right| + \frac{2}{3} \cdot \left| J\left[\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right] \right| + \frac{1}{2} \cdot \left| J\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \right| + \frac{1}{3} \cdot \left| J\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right] \right| \\
 n_{j1} &:= LB_1(F_j^*) \\
 n_{j2} &:= \begin{cases} LB_2(F_j^*) & \text{if } p_j \geq 1/2 \text{ or } LB_2(F_j^*) \notin \mathbb{N} \\ LB_2(F_j^*) - 1/2 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 n_{j3} &:= \begin{cases} LB_3(F_j^*) & \text{if } p_j \geq 2/3 \\ LB_3(F_j^*) - 1/3 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 E_j &:= \left\lceil \frac{t_j + \sum_{h \in P_j} t_h}{C} \right\rceil \quad \text{for } j = 1, \dots, N \\
 L_j(M) &:= M + 1 - \left\lfloor \frac{t_j + \sum_{h \in F_j} t_h}{C} \right\rfloor \quad \text{for } j = 1, \dots, N
 \end{aligned}$$