Name: ___________________________ Vorname: _________________________ Matrikel-Nr.:_____________

# BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
# FB B: SCHUMPETER SCHOOL OF BUSINESS AND ECONOMICS

## Master of Science

---

**Sommersemester 2016**

| | |
|---|---|
| Prüfungsgebiet: | MWiWi 4.1 Advanced OR methods in Operations Management |
| Tag der Prüfung: | 27.07.2016 |
| Name des Prüfers: | Prof. Dr. Bock |
| Erlaubte Hilfsmittel: | Taschenrechner (nicht programmierbar) |

---

Bearbeiten Sie **alle der fünf gegebenen Aufgaben** vollständig!

Die Lösungen zu den Aufgaben sollen gegliedert und in vollständigen zusammenhängenden Sätzen dargestellt und Rechnungen mit ihren Zwischenschritten nachvollziehbar sein. **Ein Ergebnis ohne nachvollziehbare Rechnung erhält keine Punkte.**

Die Darstellungsform und die Systematik der Gedankenführung gehen in die Bewertung ebenfalls ein. In Klammern ist für jede Aufgabe die Anzahl der maximal möglichen Punkte angegeben, die bei einer richtigen und vollständigen Bearbeitung erreicht werden können. Sie entspricht in etwa dem erwarteten Zeitbedarf in Minuten.

Insgesamt können **90 Punkte** erreicht werden. Für eine erfolgreiche Bearbeitung müssen wenigstens **45 Punkte** erworben werden.

**Aufgabe 1 (Begriffe)** **[10 Punkte]**

a) Erläutern Sie kurz den Begriff der „Diversifikation". Vergleichen Sie bezüglich dieser Eigenschaft kurz die Heuristiken „Tabu Search" und „Simulated Annealing"! (5 Punkte)

b) Erläutern Sie kurz den Begriff der „Diversion" in der Tourenplanung. Welche Vor- und Nachteile ergeben sich aus der Anwendung von „Diversion"? (5 Punkte)

**Aufgabe 2 (Scheduling)** **[29 Punkte]**

Gegeben sind die folgenden Daten für ein Ein-Maschinen-Scheduling Problem:

| Auftrag: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Prozesszeit $p$: | 3 | 7 | 8 | 6 | 3 | 3 |
| Gewicht $w$: | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| Fälligkeit $d$: | 9 | 10 | 11 | 12 | 14 | 15 |

a) Bestimmen Sie für den Schedule $s = (1,2,3,4,5,6)$ die Gesamtverspätung aller Aufträge, die gewichtete Gesamtverspätung aller Aufträge sowie die maximale Verspätung eines Auftrags. (4 Punkte)

**Hinweis:** Gewichte sind „agreeable" genau dann, wenn für alle Paare von Aufträgen $(i,j)$ gilt:

$$p_i < p_j \Rightarrow w_i \geq w_j$$

b) Nehmen Sie zu der folgenden These begründet Stellung: „Der Ansatz der Dynamischen Programmierung zur Minimierung der Gesamtverspätung von Lawler ist auch auf erweiterte Problemstellungen zur Minimierung der **gewichteten** Gesamtverspätung unverändert anwendbar, sofern die Gewichte ‚agreeable' sind." (5 Punkte)

c) Sind die Gewichte in den obigen Daten „agreeable"? (3 Punkte)

d) Wir betrachten nun die Minimierung der Gesamtverspätung **ohne** Gewichte:

*i.* Definieren Sie die Zustände V(S,t) im Ansatz der Dynamischen Programmierung von Lawler! (3 Punkte)

*ii.* Welche Vorrangbeziehungen zwischen den Aufträgen können Sie zur Minimierung der Gesamtverspätung ableiten? (4 Punkte)

*iii.* Warum muss der Zustand V({1,2,4,6}, $t$) für keinen Wert von $t$ bei Verwendung des Ansatzes von Lawler ausgewertet werden? (4 Punkte)

*iv.* Für welche Werte von $t$ muss der Zustand V({4,5,6}, $t$) bei Verwendung des Ansatzes von Lawler ausgewertet werden? (6 Punkte)

**Aufgabe 3 (Der Eisbrecher)** **[25 Punkte]**

Wir betrachten einen Kanal, der zwei Meere M1 und M2 verbindet. Entlang des Kanals befinden sich die Häfen A (Mündung in M1), B, C, D, E, F, G und H (Mündung in M2). Im tiefsten Winter ist es eines Nachts so kalt geworden, dass der Kanal über Nacht zugefroren ist und der Schiffsverkehr auf der gesamten Länge eingestellt werden musste. Die folgende Tabelle zeigt, wie weit die Vereisung um 8 Uhr auf den einzelnen Abschnitten fortgeschritten ist. Zur Vereinfachung nehmen wir an, dass ab 8 Uhr in jedem Abschnitt die Eisdicke linear mit der angegebenen Steigung zunimmt:

| Abschnitt | Eisdicke um 8 Uhr | Eisbildung ab 8 Uhr |
|---|---|---|
| A-B | 20 cm | 5 cm/Stunde |
| B-C | 25 cm | 5 cm/Stunde |
| C-D | 30 cm | 6 cm/Stunde |
| D-E | 35 cm | 7 cm/Stunde |
| E-F | 30 cm | 6 cm/Stunde |
| F-G | 25 cm | 6 cm/Stunde |
| G-H | 20 cm | 5 cm/Stunde |

Die Kanalverwaltung hat in Hafen D einen Eisbrecher stationiert, der Eis bis zu einer Dicke von 100 cm aufbrechen kann. Dieser soll den Kanal schnellstmöglich wieder passierbar machen. Abschnitte, die bereits vom Eisbrecher passiert worden sind, vereisen nicht wieder. Der Kanalverwaltung sind die Länge der Abschnitte und die Geschwindigkeit des Eisbrechers bekannt.

a) Zu welchem aus der Vorlesung bekannten Optimierungsproblem ist dieses Problem äquivalent? Gehen Sie dabei auch auf die verschiedenen Nebenbedingungen und die Zielfunktion ein! Erläutern Sie auch, wie Sie eventuell benötigte Parameter des Problems ableiten können. (8 Punkte)

b) Die Hafenverwaltung hat eine optimale Lösung des Problems für einen Start des Eisbrechers um 8 Uhr ermittelt. Leider ist die Crew erst ab 9 Uhr einsatzbereit.

   *i.* Wenn der für 8 Uhr ermittelte Plan auch bei Start um 9 Uhr noch zulässig ist, ist er dann auch weiterhin optimal? (5 Punkte)

   *ii.* Wenn der für 8 Uhr ermittelte Plan bei Start um 9 Uhr nicht zulässig ist, gibt es dann überhaupt keine zulässige Lösung des Problems? (3 Punkte)

   *iii.* Der Eisbrecher fährt nun auf noch vereisten Abschnitten nur mit halber Geschwindigkeit. Können Sie den Optimierungsansatz aus der Vorlesung weiterhin verwenden? Wie müsste die Rekurrenzgleichung angepasst werden? (9 Punkte)

**Aufgabe 4 (Die Klausurphase)** **[18 Punkte]**

An einer Business School werden die Klausurtermine zentral koordiniert. Es gibt unterschiedliche Klausurformen, die sich in ihrem Zeitaufwand in Zeiteinheiten (ZE) unterscheiden. Jede Prüfung muss angeboten werden und am Stück geschrieben werden. Dabei darf es keine Überschneidungen geben. Zu minimieren ist nun die Anzahl der Tage á 18 ZE, an denen Prüfungen stattfinden. Die Details zu den Klausuren finden Sie in folgender Tabelle:

| **Klausurform** | **Anzahl** |
|---|---|
| 6 ZE | 5 |
| 8 ZE | 6 |
| 10 ZE | 7 |
| 12 ZE | 3 |

a) Zu welchem aus der Vorlesung bekannten Optimierungsproblem ist dieses Problem äquivalent? Gehen Sie dabei auch auf die verschiedenen Nebenbedingungen und die Zielfunktion ein! (6 Punkte)

b) Verwenden Sie die unteren Schranken 1-3 des SALOME Verfahrens, um eine Abschätzung für die nötigen Klausurtage anhand obiger Daten zu ermitteln. Warum dürfen Sie diese Schranken für das obige Problem verwenden? (12 Punkte)

**Aufgabe 5 (Rucksackproblem)** **[8 Punkte]**

Wir betrachten das folgende Rucksackproblem mit Kapazität $C = 10$:

| **Gut** | **Profit** | **Gewicht** |
|---|---|---|
| 1 | 5 | 4 |
| 2 | 6 | 6 |
| 3 | 7 | 3 |
| 4 | 3 | 5 |

a) Bestimmen Sie das kritische Gut, und berechnen Sie die obere Schranke von Martello und Toth *UBMT*(K0) für den Wurzelknoten K0. (4 Punkte)

b) Verzweigen Sie über das kritische Gut und ermitteln Sie die oberen Schranken *UBLP*(K1) und *UBLP*(K2) mit Hilfe der LP Relaxation für die beiden entstehenden Knoten K1 und K2. (4 Punkte)

# Formeln:

$$J(j,l,k) = \{i \mid j \le i \le l \wedge p_i < p_k\}$$

$$V(\emptyset,t) = 0 \text{ and } V(\{j\},t) = \max\{0, t + p_j - d_j\}$$

$$V(J(j,l,k),t) = \min_{\delta} \left( \begin{array}{l} V(J(j,k'+\delta,k'),t) + \max\left(0, t + p_{k'} + \sum\limits_{j \in J(j,k'+\delta,k')} p_j - d_{k'}\right) \\ +V\left(J(k'+\delta+1,l,k'), t + \sum\limits_{j \in J(j,k'+\delta,k)} p_j\right) \end{array} \right),$$

with $k' \in J(j,l,k)$ is such that $p_{k'} = \max\{p_i \mid i \in J(j,l,k)\}$

$$LB = \left| J\left(\frac{1}{2},1\right] \right| + \left\lceil \frac{1}{2} \cdot \left| J\left[\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right] \right| \right\rceil$$

$$LB = \left\lceil \left| J\left(\frac{2}{3},1\right] \right| + \frac{2}{3} \cdot \left| J\left[\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right] \right| + \frac{1}{2} \cdot \left| J\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right) \right| + \frac{1}{3} \cdot \left| J\left[\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right] \right| \right\rceil$$

$$n_{j1} := LB_1(F_j^*)$$

$$n_{j2} := \begin{cases} LB_2(F_j^*) & \text{if } p_j \ge 1/2 \text{ or } LB_2(F_j^*) \notin IN \\ LB_2(F_j^*) - 1/2 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$n_{j3} := \begin{cases} LB_3(F_j^*) & \text{if } p_j \ge 2/3 \\ LB_3(F_j^*) - 1/3 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$E_j := \left\lceil \frac{\left(t_j + \sum\limits_{h \in P_j^*} t_h\right)}{C} \right\rceil \qquad \textit{for } j = 1,\ldots,N$$

$$L_j(M) := M + 1 - \left\lceil \frac{\left(t_j + \sum\limits_{h \in F_j^*} t_h\right)}{C} \right\rceil \qquad \textit{for } j = 1,\ldots,N$$

$$UBMT = \max\left\{ \left\lfloor p + (C - w) \cdot \frac{p_{b^*+1}}{w_{b^*+1}} \right\rfloor, \left\lfloor p + p_{b^*} + (C - w - w_{b^*}) \cdot \frac{p_{b^*-1}}{w_{b^*-1}} \right\rfloor \right\}$$

$$\forall i < i^* < j : U^+(i,j) = \min\{V^+(i,j-1) + x_j - x_{j-1}, V^-(i,j-1) + x_j - x_i\}$$

$$\forall i < i^* < j : U^-(i,j) = \min\{V^-(i+1,j) + x_{i+1} - x_i, V^+(i+1,j) + x_j - x_i\}$$