Name: ________________________ Vorname: ______________________ Matrikel-Nr.:____________

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
FK 3: SCHUMPETER SCHOOL OF BUSINESS AND ECONOMICS

Master of Science

Wintersemester 2016/2017

Prüfungsgebiet:	MWiWi 4.1 Advanced OR methods in Operations Management
Tag der Prüfung:	21.03.2017
Name des Prüfers:	Prof. Dr. Bock
Erlaubte Hilfsmittel:	Taschenrechner (nicht programmierbar)

Bearbeiten Sie **alle der vier gegebenen Aufgaben** vollständig!

Die Lösungen zu den Aufgaben sollen gegliedert und in vollständigen zusammenhängenden Sätzen dargestellt und Rechnungen mit ihren Zwischenschritten nachvollziehbar sein. **Ein Ergebnis ohne nachvollziehbare Rechnung erhält keine Punkte.**

Die Darstellungsform und die Systematik der Gedankenführung gehen in die Bewertung ebenfalls ein. In Klammern ist für jede Aufgabe die Anzahl der maximal möglichen Punkte angegeben, die bei einer richtigen und vollständigen Bearbeitung erreicht werden können. Sie entspricht in etwa dem erwarteten Zeitbedarf in Minuten.

Insgesamt können **90 Punkte** erreicht werden. Für eine erfolgreiche Bearbeitung müssen wenigstens **45 Punkte** erworben werden.

Die Klausur besteht inklusive Deckblatt und Formelsammlung aus **5** Seiten.

Aufgabe 1 (Echtzeitsteuerung) **[4 Punkte]**

Erläutern Sie kurz den Begriff der „Diversion“ in der Echtzeitsteuerung von Tourenplanungsprozessen.

Aufgabe 2 (Scheduling) **[24 Punkte]**

Gegeben sind die folgenden Daten für ein Ein-Maschinen-Scheduling Problem:

Auftrag:	1	2	3	4	5	6
Prozesszeit p:	4	7	6	8	3	2
Fälligkeit d:	8	11	12	14	15	16

a) Bestimmen Sie die Gesamtverspätung aller Aufträge, die maximale Verfrühung (Earliness, $E_j \coloneqq \max(0, d_j - C_j)$) sowie die maximale Verspätung eines Auftrags, in dem Sie die Reihenfolge s = (1,2,3,4,5,6) als semi-aktiven Schedule auswerten! (5 Punkte)

b) Warum sind semi-aktive Schedules bei der Minimierung der maximalen Verfrühung **nicht** allen weiteren Schedules überlegen? (2 Punkte)

c) Wir betrachten nun die Minimierung der Gesamtverspätung:

i. Definieren Sie die Zustände V(S,t) im Ansatz der Dynamischen Programmierung von Lawler! (3 Punkte)

ii. Welche Vorrangbeziehungen zwischen den Aufträgen im obigen Beispiel können Sie zur Minimierung der Gesamtverspätung ableiten? (3 Punkte)

iii. Warum muss der Zustand V({1,2,4,6}, t) für keinen Wert von t bei Verwendung des Ansatzes von Lawler ausgewertet werden? (3 Punkte)

iv. Berechnen Sie den optimalen Wert für den Zustand V({3,5,6}, 11) durch Verwendung des Ansatzes von Lawler. Warum wird dieser Zustand auch bei Lösung des Ausgangsproblems benötigt? Welcher Schedule ist dann mit diesem Zustand verbunden? (8 Punkte)

Aufgabe 3 (Die Schokoladenmanufaktur) **[38 Punkte]**

In einer Schokoladenmanufaktur werden verschiedene Schokoladenfiguren hergestellt. Der Engpass in der Produktion wird **einzig und allein** durch den Trocknungsprozess dargestellt, da das Gitter zum Trocknen nur eine gewisse Anzahl von Figuren mit einem Gesamtplatzbedarf von 13 Einheiten nebeneinander aufnehmen kann. Bei der Bearbeitung einer individuellen Bestellung soll darum die Anzahl der Trocknungsvorgänge (Zeitdauer á 60min) minimiert werden. Die Details zur Bestellung von Clea-Lacy finden Sie in folgender Tabelle:

Form	**Platzbedarf auf dem Trockengitter in Einheiten pro Stück**	**Anzahl (weiße Schokolade/Vollmilch/Zartbitter)**
Osterhase	7	5/3/1
Osterlamm	4	6/3/2
Osterei	2	7/2/0
Osterküken	3	3/4/2

a) Zu welchem aus der Vorlesung bekannten Optimierungsproblem ist dieses Problem äquivalent? Gehen Sie dabei auch auf die verschiedenen Nebenbedingungen und die Zielfunktion ein! (6 Punkte)

b) Der Chocolatier stellt anfangs immer nur Figuren mit der gleichen Form auf das Trockengitter. Berechnen Sie ausgehend von dieser Information eine Lösung der LP-Relaxation und ihren Zielfunktionswert! Bestimmen Sie dann die dazugehörige duale Lösung und zeigen Sie formal mit einer weiteren Formenauswahl für das Trockengitter, dass diese Lösung für die LP-Relaxation des Problems nicht optimal sein kann! (8 Punkte)

c) Es dürfen nun erst dann Vollmilch-Figuren **mit auf** das Trockengitter gestellt werden, wenn schon alle weißen Figuren gegossen worden sind. Auch Zartbitterfiguren sind erst erlaubt, wenn bereits alle Figuren aus Vollmilchschokolade gegossen sind.

i. Zu welchem Problem aus der Vorlesung ist dieses erweiterte Problem äquivalent? Erläutern Sie insbesondere auch die Analogie dieser Zusatzanforderung mit den Nebenbedingungen des Optimierungsproblems aus der Vorlesung! (6 Punkte)

ii. Clea-Lacy möchte wissen, wann Sie ihre Bestellung frühestens abholen kann. Berechnen Sie ihre Mindestwartezeit mit Hilfe der Schranken LB1, LB2 und LB3 des SALOME Verfahrens! (9 Punkte)

iii. Der Chocolatier berechnet bei jeder Bestellung die Schranken aus obiger Teilaufgabe für jede Schokoladensorte in jeder Form einzeln und addiert dann die Ergebnisse auf. Eines Tages ist er früher fertig als angenommen. Erklären Sie diesen Effekt! (5 Punkte) *iv.* Der Chocolatier stellt immer dann, wenn von mehreren noch verfügbaren Figuren einer Schokoladensorte nur noch eine Figur Platz hat, die größte auf das Gitter. Stellen Sie den Zusammenhang zu einer aus der Vorlesung bekannten Dominanzregel her!

(4 Punkte)

Aufgabe 4 (Violas Nähshop) **[24 Punkte]**

Viola hat von ihrer Freundin einen Stoffballen mit 10 Metern Länge geschenkt bekommen. Daraus möchte sie verschiedene Kissenhüllen nähen. Für jede Kissenart braucht sie eine bestimmte Menge Stoff und es fallen individuelle Kosten für Kurzwaren an. Die fertigen Kissenhüllen verkauft sie auf einer Internetplattform zu einem Fixpreis von 20 EUR (unabhängig von der Kissenart). Um sich eine neue Overlock-Maschine kaufen zu können, möchte Sie den Erlös maximieren, **jede Kissenart** aber **nur maximal einmal** nähen.

Kissenart Nr.	Stoffbedarf (m)	Kosten (EUR)
1	4	4
2	6	6
3	7	3
4	3	5

a) Welches in der Vorlesung behandelte Optimierungsproblem wird hier beschrieben? Erläutern Sie dazu auch die Analogie zwischen den verschiedenen Parametern aus dem Beispiel und der Vorlesung. (4 Punkte)

b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Dynamischen Programmierung eine optimale Lösung für Violas Auswahlproblem! (8 Punkte)

c) Viola entdeckt, dass der Stoff beim Waschen um 10 Prozent einläuft. Damit die Kissenhülle die gewünschten Maße bekommt, muss sie also mehr Stoff aufwenden. Welche Auswirkung hat das auf die Menge der zulässigen Lösungen des Problems? Ist die Optimalität der bisherigen Lösung weiter gewährleistet? (5 Punkte)

d) Wir erhöhen – unabhängig von Teilaufgabe c) und von konkreten Daten – den Fixpreis in Aufgabe 4 um einen festen Betrag und gehen davon aus, dass der Absatz trotzdem gesichert ist. Welche Auswirkungen hat diese Veränderung auf eine vorher gefundene optimale Lösung? (7 Punkte)

Formeln:

$$J(j,l,k)=\{i \mid j \le i \le l \wedge p_i < p_k\}$$

$$V(\varnothing,t)=0 \text{ and } V(\{j\},t)=\max\{0,t+p_j-d_j\}$$

$$V(J(j,l,k),t)=\min_{\delta}\left(\begin{array}{l} V(J(j,k'+\delta,k'),t)+\max\left(0,t+p_{k'}+\sum_{j\in J(j,k'+\delta,k')} p_j-d_{k'}\right) \\ +V\left(J(k'+\delta+1,l,k'),t+\sum_{j\in J(j,k'+\delta,k)} p_j\right)\end{array}\right),$$

with $k' \in J(j,l,k)$ is such that $p_{k'}=\max\{p_i \mid i\in J(j,l,k)\}$

$$LB=\left|J\left(\frac{1}{2},1\right]\right|+\left\lceil\frac{1}{2}\cdot\left|J\left[\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]\right|\right\rceil$$

$$LB=\left\lceil\left|J\left(\frac{2}{3},1\right]\right|+\frac{2}{3}\cdot\left|J\left[\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right]\right|+\frac{1}{2}\cdot\left|J\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)\right|+\frac{1}{3}\cdot\left|J\left[\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right]\right|\right\rceil$$

$$n_{j1}:=LB_1\left(F_j^*\right)$$

$$n_{j2}:=\begin{cases} LB_2\left(F_j^*\right) & \text{if } p_j \ge 1/2 \text{ or } LB_2\left(F_j^*\right)\notin IN \\ LB_2\left(F_j^*\right)-1/2 & \text{otherwise}\end{cases}$$

$$n_{j3}:=\begin{cases} LB_3\left(F_j^*\right) & \text{if } p_j \ge 2/3 \\ LB_3\left(F_j^*\right)-1/3 & \text{otherwise}\end{cases}$$

$$E_j:=\left\lceil\frac{\left(t_j+\sum_{h\in P_j^*} t_h\right)}{C}\right\rceil \qquad \textit{for } j=1,\dots,N$$

$$L_j(M):=M+1-\left\lceil\frac{\left(t_j+\sum_{h\in F_j^*} t_h\right)}{C}\right\rceil \qquad \textit{for } j=1,\dots,N$$

$$UBMT=\max\left\{\left\lfloor p+(C-w)\cdot\frac{p_{b^*+1}}{w_{b^*+1}}\right\rfloor,\left\lfloor p+p_{b^*}+(C-w-w_{b^*})\cdot\frac{p_{b^*-1}}{w_{b^*-1}}\right\rfloor\right\}$$

$$\forall i<i^*<j: U^+(i,j)=\min\left\{V^+(i,j-1)+x_j-x_{j-1},V^-(i,j-1)+x_j-x_i\right\}$$

$$\forall i<i^*<j: U^-(i,j)=\min\left\{V^-(i+1,j)+x_{i+1}-x_i,V^+(i+1,j)+x_j-x_i\right\}$$