Name: ______________________ Vorname: ______________________ Matrikel-Nr.:____________

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL

FK 3: SCHUMPETER SCHOOL OF BUSINESS AND ECONOMICS

Master of Science

Sommersemester 2017

Prüfungsgebiet:	MWiWi 4.1 Advanced OR methods in Operations Management
Tag der Prüfung:	02.08.2017
Name des Prüfers:	Prof. Dr. Bock
Erlaubte Hilfsmittel:	Taschenrechner (nicht programmierbar)

Bearbeiten Sie **alle der vier gegebenen Aufgaben** vollständig!

Die Lösungen zu den Aufgaben sollen gegliedert und in vollständigen zusammenhängenden Sätzen dargestellt und Rechnungen mit ihren Zwischenschritten nachvollziehbar sein. **Ein Ergebnis ohne nachvollziehbare Rechnung erhält keine Punkte.**

Die Darstellungsform und die Systematik der Gedankenführung gehen in die Bewertung ebenfalls ein. In Klammern ist für jede Aufgabe die Anzahl der maximal möglichen Punkte angegeben, die bei einer richtigen und vollständigen Bearbeitung erreicht werden können. Sie entspricht in etwa dem erwarteten Zeitbedarf in Minuten.

Insgesamt können **90 Punkte** erreicht werden. Für eine erfolgreiche Bearbeitung müssen wenigstens **45 Punkte** erworben werden.

Die Klausur besteht inklusive Deckblatt und Formelsammlung aus **5** Seiten.

Aufgabe 1 (Echtzeitsteuerung) **[5 Punkte]**

Erläutern Sie kurz den Begriff des „Anpassungsumfangs“ (engl. „adaptation range”) in der Echtzeitsteuerung.

Aufgabe 2 (Lagrangerelaxation für das symmetrische TSP) **[25 Punkte]**

Gegeben sei die folgende Entfernungstabelle für ein symmetrisches TSP:

$$\begin{pmatrix} \infty & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ & \infty & 7 & \infty & \infty & \infty & 12 \\ & & \infty & 8 & \infty & \infty & \infty \\ & & & \infty & 9 & \infty & \infty \\ & & & & \infty & 10 & \infty \\ & & & & & \infty & 11 \\ & & & & & & \infty \end{pmatrix}$$

a) Zeichen Sie den durch das Netzwerk gegebenen Graphen! (3 Punkte)

b) Bestimmen Sie einen minimalen Spannbaum für das Netzwerk mit dem Verfahren von Kruskal, und geben Sie seinen Zielfunktionswert an! (4 Punkte)

c) Bestimmen Sie eine 1-tree-Schranke für das symmetrische TSP, indem Sie Knoten 2 als ausgezeichneten Knoten s verwenden! (4 Punkte)

d) Bestimmen Sie die max-1-tree-Schranke des symmetrischen TSP für das gegebene Netzwerk. Um Aufwand zu sparen, dürfen Sie die Struktur des Netzwerks begründet ausnutzen. (6 Punkte)

e) Wir verwenden die aus der Vorlesung bekannte Lagrangerelaxation für das symmetrische TSP und setzen den Lagrangemultiplikator g_1 für Knoten 1 auf den Wert 6, für $i = 2, \dots 7$ sei der Multiplikator $g_i = 0$. Bestimmen Sie nun mit Knoten 2 als Knoten s die optimale Lösung der Lagrange-Relaxation für die gegebenen Multiplikatoren! (8 Punkte)

Aufgabe 3 (Das Flughafenterminal) **[30 Punkte]**

Wir betrachten das Geschehen an einem Flughafenterminal, dessen zehn Abfluggates auf einer Seite linear aufgereiht und von 1 bis 10 durchnummeriert sind. Zwischen Gates mit **aufeinander folgender** Nummerierung (z.B. 1 und 2) liegen jeweils 50 Meter. Einen Ausschnitt aus der Abfluganzeige zeigt die folgende Tabelle:

Flugnummer	Ziel	Boardingzeit	Abfluggate
1234	Valencia	16:15	1
1232	Rom	16:30	3
1134	Glasgow	16:20	4
1154	Brüssel	16:10	5

a) Ein aus Marketinggründen engagierter, aber recht fauler Clown möchte ausgehend von der an Gate 3 gelegenen Espressobar allen aktuell anwesenden Kindern in den Wartehallen der Gates vor deren Boardingzeit noch einmal im Vorübergehen zuwinken, um dann möglichst schnell seine Konversation mit dem Barista der Espressobar fortzuführen.

Erläutern Sie die Nähe des Problems zu einem in der Vorlesung behandelten Optimierungsproblem, und gehen Sie darauf ein, wie der einzig vorhandene Unterschied in der Problemstellung in einen aus der Vorlesung bekannten Ansatz der Dynamischen Programmierung integriert werden kann. (10 Punkte)

b) Um das Chaos im Terminal zu begrenzen, möchte die Flughafengesellschaft die Flugzeuge an den Gates so anordnen, dass die von den umsteigenden Passagieren insgesamt zurückzulegende Wegstrecke zwischen den Gates minimiert wird. Erläutern Sie die Äquivalenz zu einem in der Vorlesung behandelten Optimierungsproblem! (6 Punkte)

c) Um eine Lösung für das Problem aus Teilaufgabe b) zu erzeugen, ordnet der Planer der Flughafengesellschaft nun die Flugzeuge in Reihenfolge ihrer geplanten Boardingzeit jeweils einem noch nicht besetzten Gate so zu, dass der Anstieg im Zielfunktionswert für alle bereits angeordneten Flugzeuge durch die Hinzunahme des aktuellen Flugzeugs möglichst gering ausfällt.

i. Gehen Sie davon aus, dass am Anfang alle Gates frei verfügbar sind, und das erste Flugzeug an Gate 1 eingeplant wird. Können Sie unabhängig von der Anzahl der tatsächlich umsteigenden Passagiere den oben beschriebenen Planungsprozess vereinfachen? (5 Punkte)

ii. Erläutern Sie kurz die Unterschiede zu dem Verfahren aus Teilaufgabe *i.*, wenn die Konstruktionsheuristik nach Müller-Merbach auf die Problemstellung angewendet wird! (9 Punkte)

Aufgabe 4 (Die Stewardess) **[30 Punkte]**

Auf einem Transatlantikflug möchte die alleinige Stewardess für die Business Class die Passagiere nicht zu lange auf das Essen warten lassen. Aufgrund ihrer langjährigen Erfahrung kann Sie sehr gut abschätzen, ab welchem individuellen Zeitpunkt jeder Fluggast ungeduldig auf das Essen wartet. Jeder Gast wird einzeln bedient und die für jeden Gast aufzuwendende Zeit setzt sich zusammen aus der Zeit, um von der Bordküche zum Gast und zurück zu laufen, und der Bedienzeit selbst. Die Gäste rechnen der Stewardess eine Bedienung vor Beginn ihrer Ungeduld weder positiv noch negativ an. Hingegen führt Ungeduld zu Unzufriedenheit. Für ein angenehmes Fluggefühl möchte die Stewardess die gesamte Unzufriedenheit über eine späte Bedienung an Bord möglichst gering halten.

a) Welches in der Vorlesung behandelte Planungsproblem wird hier beschrieben? Erläutern Sie dazu auch die Analogie zwischen den verschiedenen Parametern aus dem Beispiel und der Vorlesung. (6 Punkte)

b) Wir betrachten nun verschiedene Szenarien, in denen Parameter des Problems variiert werden:

Szenario I: Die Bedienzeit ist für jeden Gast gleich. Gäste die näher an der Küche sitzen, werden eher ungeduldig als diejenigen, die weiter von der Küche entfernt sind. Jede Zeiteinheit ungeduldige Wartezeit führt bei jedem Gast zur gleichen Steigerung der Unzufriedenheit (gleicher Unzufriedenheitsfaktor für alle Kunden).

Szenario II: wie **Szenario I** mit unterschiedlichen Bedienzeiten.

Szenario III: wie **Szenario I**, wobei die bereits ungeduldigen Gäste nun **unterschiedlich stark** mit jeder zusätzlichen Zeiteinheit Wartezeit unzufriedener werden. Die Stärke der Unzufriedenheit (Höhe des Kunden bezogenen Unzufriedenheitsfaktors) nimmt mit steigendem Abstand zur Küche ab.

Szenario IV: wie **Szenario III**, jedoch sind die Startpunkte der Ungeduld beliebig.

Szenario V: wie **Szenario IV**, jedoch mit individuellen Bedienzeiten.

Erläutern Sie für jedes Szenario, ob die Stewardess einen Ansatz der Dynamischen Programmierung aus der Vorlesung oder sogar eine einfache Prioritätsregel verwenden kann, um die Szenarien optimal zu lösen. Sie dürfen davon ausgehen, dass eine leicht angepasste Variante des Ansatzes von Lawler auch bei Gewichten angewandt werden kann, die „agreeable" sind. Die Gewichte erfüllen dabei folgende Bedingung: $p_i < p_j \Rightarrow w_i \geq w_j$

(24 Punkte)

Formeln:

$$J(j,l,k) = \{ i \mid j \le i \le l \wedge p_i < p_k \}$$

$$V(\emptyset,t) = 0 \text{ and } V(\{j\},t) = \max\{0, t + p_j - d_j\}$$

$$V(J(j,l,k),t) = \min_{\delta} \left(\begin{array}{l} V(J(j,k'+\delta,k'),t) + \max\left(0, t + p_{k'} + \sum_{j \in J(j,k'+\delta,k')} p_j - d_{k'}\right) \\ +V\left(J(k'+\delta+1,l,k'), t + \sum_{j \in J(j,k'+\delta,k)} p_j\right) \end{array} \right),$$

with $k' \in J(j,l,k)$ is such that $p_{k'} = \max\{p_i \mid i \in J(j,l,k)\}$

$$LB = \left| J\left(\frac{1}{2},1\right] \right| + \left\lceil \frac{1}{2} \cdot \left| J\left[\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right] \right| \right\rceil$$

$$LB = \left\lceil \left| J\left(\frac{2}{3},1\right] \right| + \frac{2}{3} \cdot \left| J\left[\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right] \right| + \frac{1}{2} \cdot \left| J\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right) \right| + \frac{1}{3} \cdot \left| J\left[\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right] \right| \right\rceil$$

$$n_{j1} := LB_1(F_j^*)$$

$$n_{j2} := \begin{cases} LB_2(F_j^*) & \text{if } p_j \ \ge \ 1/2 \text{ or } LB_2(F_j^*) \notin IN \\ LB_2(F_j^*) - 1/2 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$n_{j3} := \begin{cases} LB_3(F_j^*) & \text{if } p_j \ \ge \ 2/3 \\ LB_3(F_j^*) - 1/3 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$E_j := \left\lceil \frac{\left(t_j + \sum_{h \in P_j^*} t_h\right)}{C} \right\rceil \qquad for\ j = 1,\dots,N$$

$$L_j(M) := M + 1 - \left\lceil \frac{\left(t_j + \sum_{h \in F_j^*} t_h\right)}{C} \right\rceil \qquad for\ j = 1,\dots,N$$

$$UBMT = \max\left\{ \left\lfloor p + (C - w) \cdot \frac{p_{b^*+1}}{w_{b^*+1}} \right\rfloor, \left\lfloor p + p_{b^*} + (C - w - w_{b^*}) \cdot \frac{p_{b^*-1}}{w_{b^*-1}} \right\rfloor \right\}$$

$$\forall i < i^* < j : U^+(i,j) = \min\{V^+(i,j-1) + x_j - x_{j-1}, V^-(i,j-1) + x_j - x_i\}$$

$$\forall i < i^* < j : U^-(i,j) = \min\{V^-(i+1,j) + x_{i+1} - x_i, V^+(i+1,j) + x_j - x_i\}$$