Name: ______________________ Vorname: ____________________ Matrikel-Nr.:___________

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
FK 3: SCHUMPETER SCHOOL OF BUSINESS AND ECONOMICS

Bachelor of Science

Sommersemester 2016

Prüfungsgebiet:	BWiWi 4.4 Methoden und Modelle des Operations Research (Combinatorial Optimization)
Tag der Prüfung:	28.09.2016
Name des Prüfers:	Prof. Dr. Bock
Erlaubte Hilfsmittel:	Taschenrechner (nicht programmierbar)

Bearbeiten Sie **alle der angegebenen drei Aufgaben** vollständig!

Die Lösungen zu den Aufgaben sollen gegliedert und in vollständigen zusammenhängenden Sätzen dargestellt und Rechnungen mit ihren Zwischenschritten nachvollziehbar sein. **Ein Ergebnis ohne nachvollziehbare Rechnung erhält keine Punkte.**

Die Darstellungsform und die Systematik der Gedankenführung gehen in die Bewertung ebenfalls ein. In Klammern ist für jede Aufgabe die Anzahl der maximal möglichen Punkte angegeben, die bei einer richtigen und vollständigen Bearbeitung erreicht werden können. Sie entspricht in etwa dem erwarteten Zeitbedarf in Minuten.

Insgesamt können **90 Punkte** erreicht werden. Für eine erfolgreiche Bearbeitung müssen wenigstens **45 Punkte** erworben werden.

Die Klausur besteht mit diesem Deckblatt aus insgesamt 3 (drei) Seiten.

Unterschrift: ________________________________

Aufgabe 1 (Allgemeine Thesen) **[30 Punkte]**

Beziehen Sie zu den folgenden Thesen Stellung. Eine unbegründete Antwort erhält keine Punkte.

a) „Enthält das Starttableau für den primalen Simplexalgorithmus keine zulässige Basislösung, kann der duale Simplexalgorithmus angewendet werden.“ (5 Punkte)

b) „Jede optimale Lösung eines Linearen Programms ist auch eine Basislösung.“ (5 Punkte)

c) „Eine primal degenerierte Lösung ist optimal, da jede weitere Iteration des primalen Simplexalgorithmus zu keiner weiteren Verbesserung des Zielfunktionswertes führt, auch wenn Spalten mit negativen reduzierten Kosten vorhanden sind“ (5 Punkte)

d) „Ist das primale LP unbeschränkt, terminiert der Simplexalgorithmus nicht.“ (5 Punkte)

e) „Der Wert des minimalen s-t-Schnittes unterschreitet in der Regel den Wert des maximalen s-t-Flusses in einem gerichtetem Netzwerk“ (5 Punkte)

f) „Jede optimale ganzzahlige Lösung eines Linearen Programms ist entweder eine Basislösung der zugehörigen LP-Relaxation oder eine Lösung aus dem Inneren des durch die LP-Relaxation definierten Polytops.“ (5 Punkte)

Aufgabe 2 (Simplexalgorithmen und das Transportproblem) **[36 Punkte]**

a) Erläutern Sie die Funktionsweise des Primal-Dualen-Simplexalgorithmus zur Lösung eines primalen Problems P. Gehen Sie dazu auch auf die weiteren betrachteten drei Probleme D, RP und DRP ein. Welche Informationen benötigen Sie aus den jeweiligen Problemen, um am Ende P optimal zu lösen? (12 Punkte)

b) Das MODI-Verfahren ist eine Adaption des Primalen Simplexalgorithmus auf das Transportproblem. Erläutern Sie, wie die entscheidenden Schritte des primalen Simplexalgorithmus auf das Transportproblem angepasst werden. Gehen Sie dazu auch auf die Konstruktion einer zulässigen Basislösung ein! (12 Punkte)

c) Der Alpha-Beta-Algorithmus ist die Adaption des Primal-Dualen Simplexalgorithmus auf das Transportproblem. Erläutern Sie, welche Optimierungsprobleme die Rolle von RP und DRP einnehmen und wie diese im Rahmen des Algorithmus´ genutzt werden. Begründen Sie den hier auftretenden „Wechsel der Optimierungsrichtung“ beim Vergleich von P und RP. (12 Punkte)

Aufgabe 3 (Lineare und Ganzzahlige Optimierung) **[24 Punkte]**

Wir betrachten die folgende ganzzahlige Optimierungsaufgabe in Standardform:

$$
\begin{aligned}
&\text{Minimiere } -4\cdot x_1 + x_2\\
&\text{s. t.}\\
&7\cdot x_1 - 2\cdot x_2 + x_3 = 14\\
&x_2 + x_4 = 3\\
&2\cdot x_1 - 2\cdot x_2 + x_5 = 3\\
&\text{mit } x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \text{ und } x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \text{ ganzzahlig!}
\end{aligned}
$$

a) Lösen Sie die LP-Relaxation optimal (Es sind keine weiteren Schlupfvariablen einzuführen). (12 Punkte)

b) Ermitteln Sie den **ersten** Gomory-Schnitt aus der optimalen Lösung der LP-Relaxation (**keine** anschließende Neuberechnung der Lösung durch Einführung des Schnitts) und drücken Sie diesen Schnitt unter ausschließlicher Verwendung der Variablen x_1 und x_2 aus. (6 Punkte)

c) Erläutern Sie die Bedeutung der totalen Unimodularität einer Matrix für die ganzzahlige Optimierung. Ist die oben angegebene Matrix total unimodular? (6 Punkte)