

Aufgabe 1: ER-Modell

(Insgesamt 16 Punkte)

Gegeben ist die folgende textuelle Anforderungsanalyse für ein relationales Schema für eine große Bäckerei-Kette mit mehreren Standorten. Erstellen Sie ein ER-Diagramm, das den aufgelisteten Anforderungen genügt.

1. Ein Standort wird über eine ID identifiziert und hat eine Adresse, die aus Straße, Hausnummer, Ort und Postleitzahl (PLZ) besteht. (2 Punkte)
2. Jedes Gebäckstück hat einen eindeutigen Namen. Es werden sämtliche Inhaltsstoffe gespeichert. Die Herstellung von Gebäckstücken findet an Standorten statt. Die Herstellungskosten werden eindeutig durch die Kombination von Gebäckstück und Standort bestimmt. Der Verkaufspreis eines Gebäckstücks ist immer gleich. (4 Punkte)
3. Da nicht jedes Gebäckstück an jedem Standort hergestellt werden kann, beliefern sich die Standorte gegenseitig. Ein Standort kann beliebig viele andere Standorte beliefern. Außerdem kann ein Standort Ware von beliebig vielen anderen Standorten erhalten. (2 Punkte)
4. Es werden auch Restaurants direkt von den Standorten beliefert. Jedes Restaurant hat eine eindeutige Kunden-Nummer sowie einen Namen. Jeder Standort kann beliebig viele Restaurants oder kein Restaurant beliefern. Umgekehrt wird jedes Restaurant von genau einem Standort beliefert. (3 Punkte)
5. Eine Bestellung wird von einem Restaurant bei einem Standort aufgegeben und zusätzlich über ihr Datum definiert. Zu einer Bestellung gehört immer eine beliebige Menge von Gebäckstücken, deren Anzahl jeweils gespeichert wird. (5 Punkte)

Aufgabe 2: Relationale Algebra

(Insgesamt 18 Punkte)

Gegeben sind die vier Relationen R, S, T und U im folgenden Zustand:

R		
A	B	C
1	2	3
1	2	4
3	4	5
6	7	8
3	4	8

S		
A	D	E
1	3	4
7	6	4
6	9	0
4	3	0
6	1	3
4	3	1
1	8	9

T		
A	D	E
1	2	3
5	8	2
1	3	4
4	3	1
7	6	4
1	8	9
2	4	5

U
F
0
1
3
4
6
9

- a) Führen Sie die folgenden Abfragen der relationalen Algebra aus, indem Sie jeweils die Ergebnisrelation angeben. Geben Sie bei Bedarf auch Zwischenergebnisse an.
- $X = \pi_{A,B}(R)$
 - $Y = \sigma_{A \geq 5 \vee E \neq 4}(S \cap T)$
 - $Z = R * (S - T)$ (13=3+5+5 Punkte)
- b) Geben Sie eine Abfrage (**ohne Verwendung der Selektion**) an eine oder mehrere der gegebenen Relationen R, S und T an, die die Relation U als Ergebnis liefert. [Hinweis: δ] (5 Punkte)

Aufgabe 3: Designtheorie

(15 Punkte)

Gegeben ist das folgende relationale Schema (R, F) in 1. Normalform mit $R(A, B, C, D, E)$ und

$$F = \{AC \rightarrow B, BD \rightarrow E, A \rightarrow D, E \rightarrow C\}$$

- Bestimmen Sie die **drei** Schlüsselkandidaten von (R, F) und begründen Sie dann, dass es keine weiteren Schlüsselkandidaten geben kann. (6 Punkte)
- Weisen Sie nach, dass (R, F) die 2. Normalform verletzt. (3 Punkte)
- Fügen Sie zu F genau eine funktionale Abhängigkeit mit einelementiger linker und rechter Seite hinzu, sodass die folgenden Bedingungen erfüllt sind:
 - Die 2. Normalform ist nun erfüllt.
 - Die 3. Normalform ist weiterhin verletzt.
 Weisen Sie nach, dass das veränderte Schema nun die beiden Bedingungen erfüllt. (6 Punkte)

Aufgabe 4: Online-Shop

(Insgesamt 26 Punkte)

Sie betreiben einen Online-Shop für von Ihnen liebevoll gestaltete Kalender. Da die Herstellung sehr aufwändig ist, benötigt diese viel Zeit und erfolgt ausschließlich am Ende des jeweiligen Vorjahres in der Weihnachtszeit ohne Kenntnis der Nachfrage hierfür. Lediglich die Nachfragen der Vorjahre sind dann bekannt. Ab Beginn des neuen Jahres sind die neuen Kalender dann auf Ihrer Website käuflich zu erwerben, wobei es keine Möglichkeit der Nachproduktion gibt. In der Herstellung kostet jeder Kalender 1€. In Ihrem Shop verlangen Sie 9€/Stück. Nicht verkaufte Kalender entsorgen Sie am Ende des Jahres. Dafür fallen **Kosten** von 6ct/Stück für Sie an.

Der folgenden Tabelle können Sie die Anzahl der verkauften Kalender in den letzten Jahren entnehmen.

Jahr t	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025
Absatz y_t	145	160	97	107	111	120	100

- a) Erklären Sie, warum die exponentielle Glättung 1. Ordnung eine gute Wahl für die Prognose der weiteren Nachfrage ist; insbesondere im Vergleich zum Verfahren der gleitenden Durchschnitte. (4 Punkte)
- b) Prognostizieren Sie ausgehend vom Jahr 2025 mit Hilfe der exponentiellen Glättung 1. Ordnung die Nachfrage für die Jahre 2026 und 2028. Gehen Sie von dem initialen Wert $a_{2022} = y_{2022}$ aus und verwenden Sie $\alpha = \frac{1}{4}$. (6 Punkte)

Wir nehmen nun an, dass die Nachfrage normalverteilt ist mit $\mu = 110$ und $\sigma = 40$.

- c) Erklären Sie, warum das oben beschriebene Szenario die Grundannahmen des Newsvendor-Modells erfüllt. (4 Punkte)
- d) Berechnen Sie die optimale Bestellmenge S^* . (6 Punkte)
- e) Bestimmen Sie den α - sowie den β -Servicegrad unter der Annahme, dass die optimale Bestellmenge auch bestellt wird. (6 Punkte)

Aufgabe 5: Lineare Optimierung

(Insgesamt 15 Punkte)

Gegeben sind das folgende lineare Optimierungsproblem (P) vor und nach der Überführung in die standardisierte Form.

Unten auf der Seite finden Sie eine Skizze der zulässigen Menge (Lösungsraum) von P inklusive der optimalen Lösung x^* .

$$\max f(x)$$

$$\text{s. t. } x_1 - 4x_2 \leq -4 \quad (\text{I})$$

$$3x_1 + 4x_2 \leq 36 \quad (\text{II})$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 8 \quad (\text{III})$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\max f(x)$$

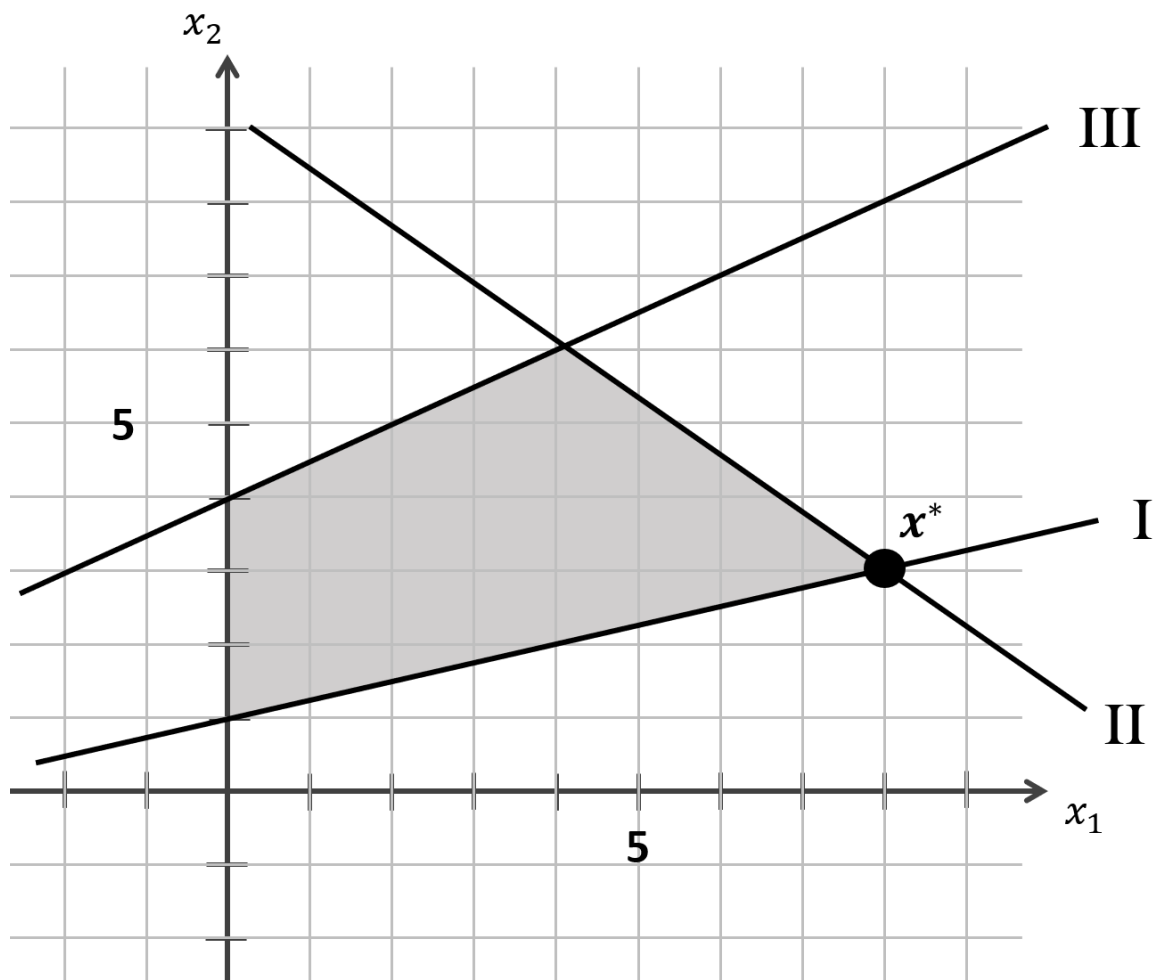
$$\text{s. t. } x_1 - 4x_2 + x_3 = -4 \quad (\text{I})$$

$$3x_1 + 4x_2 + x_4 = 36 \quad (\text{II})$$

$$-x_1 + 2x_2 + x_5 = 8 \quad (\text{III})$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

- Berechnen Sie die optimale Lösung x^* . (4 Punkte)
- Entscheiden Sie für die drei Schlupfvariablen jeweils begründet, ob diese (in der zu x^* gehörenden Basis) Basis- oder Nichtbasisvariablen sind. (3 Punkte)
- Geben Sie eine Zielfunktion $f(x)$ derart an, dass x^* die einzige optimale Lösung von P ist. Weisen Sie dies durch Einzeichnen einer Niveaulinie in der Zeichnung nach. (4 Punkte)
- Das LP wird modifiziert, indem die Kapazität der Restriktion II von 36 auf 72 verdoppelt wird. Entscheiden Sie begründet, ob diese Änderung Einfluss auf die optimale Lösung hat. (4 Punkte)



Formeln:

$$TS_t = \frac{SE_t}{SAE_t} \text{ mit } SE_t = \phi \cdot (\hat{y}_{t-1,t} - y_t) + (1 - \phi) \cdot SE_{t-1} \text{ und } SAE_t = \phi \cdot |\hat{y}_{t-1,t} - y_t| + (1 - \phi) \cdot SAE_{t-1}$$

$$MAD = T^{-1} \cdot \sum_{t=1}^T |\hat{y}_{t-1,t} - y_t|$$

$$MSE = T^{-1} \cdot \sum_{t=1}^T (\hat{y}_{t-1,t} - y_t)^2$$

$$MAPE = T^{-1} \cdot \sum_{t=1}^T \frac{|\hat{y}_{t-1,t} - y_t|}{y_t}$$

$$b = \frac{CoVAR(x,y)}{VAR(x)} \text{ und } a = n^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n y_i - b \cdot n^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

$$VAR(x) = n^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(n^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \right)^2$$

$$CoVAR(x,y) = n^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - \left(n^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot \left(n^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n y_i \right)$$

$$b_t = \frac{12 \cdot \sum_{\tau=1}^t \tau \cdot y_{t-(6 \cdot \tau + 6)} \cdot \sum_{\tau=1}^t y_t}{t^3 - t} \text{ und } a_t = \frac{1}{t} \cdot \sum_{\tau=1}^t y_t - \frac{1}{2} \cdot b_t \cdot (t + 1)$$

$$\hat{y}_{t,t+1} = T^{-1} \cdot \sum_{\tau=t-T+1}^t y_\tau$$

$$\hat{y}_{t,t+1} = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot \hat{y}_{t-1,t}$$

$$\hat{y}_{t,t+\tau} = a_t + b_t \cdot \tau \text{ mit } a_t = a_{t-1} + b_{t-1} + (2 \cdot \alpha - \alpha^2) \cdot (y_t - a_{t-1} - b_{t-1})$$

$$b_t = b_{t-1} + \alpha^2 \cdot (y_t - a_{t-1} - b_{t-1})$$

$$\hat{y}_{t,t+\tau} = a_t + b_t \cdot \tau \text{ mit } a_t = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot (a_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \beta \cdot (a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta) \cdot b_{t-1}$$

$$a_t = \alpha \cdot \frac{y_t}{c_{t-p}} + (1 - \alpha) \cdot (a_{t-1} + b_{t-1})$$

$$\hat{y}_{t,t+\tau} = (a_t + b_t \cdot \tau) \cdot c_{t+((\tau-1) \text{ MOD } P)+1-P}$$

$$z^* = z(CR) = F_{01}^{-1}(CR) \text{ mit } CR = \frac{c_u}{c_o + c_u}$$

$$J(S^*) = \sigma \cdot L(z^*)$$

$$L(z) = \int_{y=z}^{\infty} (y - z) \cdot \varphi(z) dy$$

$$S^* = \mu + z^* \cdot \sigma, \quad S^* = F^{-1}(\alpha), \quad S^* = \mu + L^{-1}\left(\frac{(1-\beta) \cdot \mu}{\sigma}\right) \cdot \sigma$$

$$P(x \geq a) = 1 - F_{01}\left(\frac{a - \mu}{\sigma}\right)$$

$$\Pi(S^*) = c_u \cdot \mu - Z(S^*)$$

$$Z(S^*) = (c_u + c_o) \cdot f_{01}(z(CR)) \cdot \sigma$$

$$p(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$\beta = 1 - \frac{J(S^*)}{\mu}$$

$$Z(S^*) = (c_u + s_{c_o}) \cdot \sum_{y=0}^{S^*} ((S^* - y) \cdot p(X = y)) + c_u \cdot (\lambda - S^*)$$

$$z^* = F_{01}^{-1}\left(\frac{p}{p+h}\right)$$

$$Z(S^*) = (p+h) \cdot f_{01}(z^*) \cdot \sigma$$

z	$f_{01}(z)$	$F_{01}(z)$	$L(z)$	z	$f_{01}(z)$	$F_{01}(z)$	$L(z)$	z	$f_{01}(z)$	$F_{01}(z)$	$L(z)$
0.00	0.3989	0.5000	0.3989	0.50	0.3521	0.6915	0.1978	1.00	0.2420	0.8413	0.0833
0.01	0.3989	0.5040	0.3940	0.51	0.3503	0.6950	0.1947	1.01	0.2396	0.8438	0.0817
0.02	0.3989	0.5080	0.3890	0.52	0.3485	0.6985	0.1917	1.02	0.2371	0.8461	0.0802
0.03	0.3988	0.5120	0.3841	0.53	0.3467	0.7019	0.1887	1.03	0.2347	0.8485	0.0787
0.04	0.3986	0.5160	0.3793	0.54	0.3448	0.7054	0.1857	1.04	0.2323	0.8508	0.0772
0.05	0.3984	0.5199	0.3744	0.55	0.3429	0.7088	0.1828	1.05	0.2299	0.8531	0.0757
0.06	0.3982	0.5239	0.3697	0.56	0.3410	0.7123	0.1799	1.06	0.2275	0.8554	0.0742
0.07	0.3980	0.5279	0.3649	0.57	0.3391	0.7157	0.1771	1.07	0.2251	0.8577	0.0728
0.08	0.3977	0.5319	0.3602	0.58	0.3372	0.7190	0.1742	1.08	0.2227	0.8599	0.0714
0.09	0.3973	0.5359	0.3556	0.59	0.3352	0.7224	0.1714	1.09	0.2203	0.8621	0.0700
0.10	0.3970	0.5398	0.3509	0.60	0.3332	0.7257	0.1687	1.10	0.2179	0.8643	0.0686
0.11	0.3965	0.5438	0.3464	0.61	0.3312	0.7291	0.1659	1.11	0.2155	0.8665	0.0673
0.12	0.3961	0.5478	0.3418	0.62	0.3292	0.7324	0.1633	1.12	0.2131	0.8686	0.0659
0.13	0.3956	0.5517	0.3373	0.63	0.3271	0.7357	0.1606	1.13	0.2107	0.8708	0.0646
0.14	0.3951	0.5557	0.3328	0.64	0.3251	0.7389	0.1580	1.14	0.2083	0.8729	0.0634
0.15	0.3945	0.5596	0.3284	0.65	0.3230	0.7422	0.1554	1.15	0.2059	0.8749	0.0621
0.16	0.3939	0.5636	0.3240	0.66	0.3209	0.7454	0.1528	1.16	0.2036	0.8770	0.0609
0.17	0.3932	0.5675	0.3197	0.67	0.3187	0.7486	0.1503	1.17	0.2012	0.8790	0.0596
0.18	0.3925	0.5714	0.3154	0.68	0.3166	0.7517	0.1478	1.18	0.1989	0.8810	0.0584
0.19	0.3918	0.5753	0.3111	0.69	0.3144	0.7549	0.1453	1.19	0.1965	0.8830	0.0573
0.20	0.3910	0.5793	0.3069	0.70	0.3123	0.7580	0.1429	1.20	0.1942	0.8849	0.0561
0.21	0.3902	0.5832	0.3027	0.71	0.3101	0.7611	0.1405	1.21	0.1919	0.8869	0.0550
0.22	0.3894	0.5871	0.2986	0.72	0.3079	0.7642	0.1381	1.22	0.1895	0.8888	0.0538
0.23	0.3885	0.5910	0.2944	0.73	0.3056	0.7673	0.1358	1.23	0.1872	0.8907	0.0527
0.24	0.3876	0.5948	0.2904	0.74	0.3034	0.7704	0.1334	1.24	0.1849	0.8925	0.0517
0.25	0.3867	0.5987	0.2863	0.75	0.3011	0.7734	0.1312	1.25	0.1826	0.8944	0.0506
0.26	0.3857	0.6026	0.2824	0.76	0.2989	0.7764	0.1289	1.26	0.1804	0.8962	0.0495
0.27	0.3847	0.6064	0.2784	0.77	0.2966	0.7794	0.1267	1.27	0.1781	0.8980	0.0485
0.28	0.3836	0.6103	0.2745	0.78	0.2943	0.7823	0.1245	1.28	0.1758	0.8997	0.0475
0.29	0.3825	0.6141	0.2706	0.79	0.2920	0.7852	0.1223	1.29	0.1736	0.9015	0.0465
0.30	0.3814	0.6179	0.2668	0.80	0.2897	0.7881	0.1202	1.30	0.1714	0.9032	0.0455
0.31	0.3802	0.6217	0.2630	0.81	0.2874	0.7910	0.1181	1.31	0.1691	0.9049	0.0446
0.32	0.3790	0.6255	0.2592	0.82	0.2850	0.7939	0.1160	1.32	0.1669	0.9066	0.0436
0.33	0.3778	0.6293	0.2555	0.83	0.2827	0.7967	0.1140	1.33	0.1647	0.9082	0.0427
0.34	0.3765	0.6331	0.2518	0.84	0.2803	0.7995	0.1120	1.34	0.1626	0.9099	0.0418
0.35	0.3752	0.6368	0.2481	0.85	0.2780	0.8023	0.1100	1.35	0.1604	0.9115	0.0409
0.36	0.3739	0.6406	0.2445	0.86	0.2756	0.8051	0.1080	1.36	0.1582	0.9131	0.0400
0.37	0.3725	0.6443	0.2409	0.87	0.2732	0.8078	0.1061	1.37	0.1561	0.9147	0.0392
0.38	0.3712	0.6480	0.2374	0.88	0.2709	0.8106	0.1042	1.38	0.1539	0.9162	0.0383
0.39	0.3697	0.6517	0.2339	0.89	0.2685	0.8133	0.1023	1.39	0.1518	0.9177	0.0375
0.40	0.3683	0.6554	0.2304	0.90	0.2661	0.8159	0.1004	1.40	0.1497	0.9192	0.0367
0.41	0.3668	0.6591	0.2270	0.91	0.2637	0.8186	0.0986	1.41	0.1476	0.9207	0.0359
0.42	0.3653	0.6628	0.2236	0.92	0.2613	0.8212	0.0968	1.42	0.1456	0.9222	0.0351
0.43	0.3637	0.6664	0.2203	0.93	0.2589	0.8238	0.0950	1.43	0.1435	0.9236	0.0343
0.44	0.3621	0.6700	0.2169	0.94	0.2565	0.8264	0.0933	1.44	0.1415	0.9251	0.0336
0.45	0.3605	0.6736	0.2137	0.95	0.2541	0.8289	0.0916	1.45	0.1394	0.9265	0.0328
0.46	0.3589	0.6772	0.2104	0.96	0.2516	0.8315	0.0899	1.46	0.1374	0.9279	0.0321
0.47	0.3572	0.6808	0.2072	0.97	0.2492	0.8340	0.0882	1.47	0.1354	0.9292	0.0314
0.48	0.3555	0.6844	0.2040	0.98	0.2468	0.8365	0.0865	1.48	0.1334	0.9306	0.0307
0.49	0.3538	0.6879	0.2009	0.99	0.2444	0.8389	0.0849	1.49	0.1315	0.9319	0.0300